

DIE GEISTIGE BEDEUTUNG DES GÖDELSCHEN SATZES

Inhaltsübersicht

1. Ausgangspunkt unserer Interpretation ist nicht das fertige Ergebnis, sondern die geistige Arbeit, die es hervorbringt. Kierkegaards Forderung nach Gleichzeitigkeit
 2. Die geometrische Revolution von Bolyai, Gauß und Lobatschewskij als Paradigma des modernen Paradigmenwechsels. Der Konflikt des euklidischen und des hyperbolischen Systems ist ein Konflikt von Werten: Das dynamische hyperbolische System ist umfassender und stärker
 3. Die nihilistische Selbstbewertung der Grundlagenforscher
 4. Die allgemeine Krise des Systems. Einseitiges Wachstum des Ausdrucks im Gegensatz zu seiner Deutung und Bewertung
 5. Der latente Widerspruch im System. Der unausgesprochene und der ausgesprochene, also geformte Widerspruch
 6. Die Produktivität der Negation von G : Sie spricht den verborgenen Widerspruch aus und konzentriert die Kräfte, die das System aufbauen, sowie jene, die es zersetzen. Das Erscheinen der ersten Person, des systemsprengenden Ichs (Kierkegaard, Nietzsche, Rosenzweig)
 7. Die „Hypertrophie des Ausdrucks“ in der modernen Mathematik und in der modernen Lyrik
 8. Die Quelle des Ausdrucksüberschusses
 9. Die metaphorische Anschauung
 10. Die energische Mobilisierung der metaphorischen Anschauung zwingt auch die gegen sie wirkenden Kräfte zu größerer Anstrengung: der negative Widerspruch und die Skepsis von G
 11. Die skeptische Interpretation des Gödelschen Satzes
 12. Die Wahrheit von G , sichtbar nur aus avantgardistisch-metaphorischer Position
 13. Der heiße Kern des Satzes. Gödels ursprüngliche Interpretation
 14. G drückt die Erstarkung der metaphorischen Anschauung und das Wachstum der Sprache aus
 15. Die Gödel-Interpretation von Lajos Szabó; „die breiteste Reihe“
 16. Die Umwertung der logischen Bewertung
 17. Gödel und Anselm. Der Vollständigkeitsatz von Gödel: Die mathematische Grundlagenforschung ist die unaufhörliche Bestätigung des Anselmschen Gottesbeweises
 18. Die Identität des Größtdenkbaren und des Größer-als-Denkbar (Tertullian und Anselm)
 19. Die Sprachanalyse der symbolischen Logik
 20. Gödels Zahlen- und Technikauffassung: Sprache ist die polare Einheit metaphorischer und instrumentalisierender Funktion
 21. Die Grenze des Gödelschen Ichs
- NACHWORT: Gödel und Hofstadter: Gegenüberstellung (Kritische Bemerkung zu D. Hofstadters Buch „Gödel, Escher, Bach“)

1. DAS AKTIVE ZENTRUM DES SATZES

Ausgangspunkt unserer Interpretation ist nicht das fertige Ergebnis, sondern die geistige Arbeit, die es hervorbringt. Kierkegaards Forderung nach Gleichzeitigkeit

Gödels Unvollständigkeitssatz besagt folgendes: Man kann in jedem widerspruchsfreien, überblickbaren Axiomensystem, das den Begriff der Zahl enthält, eine – arithmetische – Aussage (im weiteren G) formulieren, die den Satz „Ich bin unableitbar“ chiffriert ausdrückt. G läßt sich mit den Mitteln des Systems weder beweisen noch widerlegen (ist „unabhängig von den Axiomen des Systems“).

Gödels Satz hat zahlreiche revolutionäre Folgen. Er löst das System, den Grundwert des philosophischen Zeitalters auf. Zum Beweis arbeitete Gödel eine „Arithmetisierungstechnik“ aus. Sie beruht auf dem kabbalistischen Gedanken, daß jedes elementare Zeichen der Sprache – „Buchstabe“ – einen Zahlenwert hat und die daraus ablesbare Zahlenstruktur der Sprache eine metaphorische Bedeutung vermittelt, die über die wörtliche, d.h. innerhalb des Systems gültige Bedeutung hinausweist.

Von den Folgen und von der Technik sei später die Rede. Zunächst geht es, im Gegensatz zu den herkömmlichen Gödel-Interpretationen (meistens innerhalb des Grenzen der Fachgesichtspunkte), nicht um Gödels fertige *Ergebnisse*, sondern die ursprüngliche, zu diesen Ergebnissen führende Tätigkeit in *all* ihren – nicht von Fachgesichtspunkten begrenzten – Beziehungen. Dies ist der einzige nicht-willkürliche Ausgangspunkt zur Auslegung des Satzes, denn aus der Struktur von G folgt, daß seine *Wahrheit* nur dann zugänglich ist, wenn man die G hervorbringende geistige Arbeit mit der Konstruktion der Formel nicht als abgeschlossen, als vollendete Vergangenheit betrachtet.

Kierkegaard hält die Gleichzeitigkeit mit dem dramatischen Verhältnis zwischen Christus und seinen Jüngern, mit der dramatischen Situation der Jünger, für das Kriterium des wahren Christseins. Dieses Kriterium auf alle Äußerungsformen des Geistes auszudehnen, ist keine Blasphemie. Am wenigstens im Fall des Gödelschen Satzes, der ja in vielen Punkten das mathematische Äquivalent bildet zu Kierkegaards Wahrheitsanalyse, zu dem Paradoxon, das aus der Nicht-direkt-Mittelbarkeit der Wahrheit resultiert.

2. DIE GEOMETRISCHE REVOLUTION VON BOLYAI, GAUß UND LOBATSCHESKIJ

als Paradigma des modernen Paradigmenwechsels. Der Konflikt des euklidischen und des hyperbolischen Systems ist ein Konflikt von Werten: Das dynamische hyperbolische System ist umfassender und stärker

Um die Situation, in der Gödel seinen Satz formulierte, aber auch Gödels Auslegung dieser Situation zu verstehen, sollten wir zur geometrischen Revolution von Bolyai und Lobatschewskij zurückgehen (über Gauß' Rolle siehe unten). Sie erschütterten die absolute Gültigkeit des Parallelenaxioms und damit die 2500jährige euklidische Evidenz, daß es nur *eine* Geometrie gibt, und in ihr ist die vertikale und die horizontale Richtung – das Streben nach dem immer größeren und schließlich maximalen Wert beziehungsweise der Anspruch, die minimalen Werte zu sichern – objektiv fixiert und kommt verzerrungsfrei in der ganzen Ebene zur Geltung. Ihre sogenannte hyperbolische Geometrie erschütterte also die Eindeutigkeit des geometrischen Grundmythos. Er konnte erschüttert werden, weil er sich zur „von unserem Bewußtsein unabhängigen objektiven Wirklichkeit“ versteinert hatte. Gödel dachte die in der Geometrie entstandene Situation weiter und verallgemeinerte sie für die Grundlagen der ganzen Mathematik.

Auf diese neue Situation wollen wir etwas näher eingehen.

1. Fast alle Mathematiker hielten – und halten noch heute – die euklidische Geometrie für selbstverständlich, für anschaulich *evident* und *wahr*.

2. Fast alle Mathematiker geben zu, daß die Entdeckung der hyperbolischen Geometrie revolutionär wirkte, da sie auf allen Gebieten der Mathematik zur Entdeckung neuer, bislang unbekannter Formen der Wahrheit anspornte. Mit anderen Worten: Die hyperbolische Geometrie gilt als *produktiv bei der Wahrheitsforschung*, während die euklidische Geometrie wie ein veraltetes Spielzeug

wirkt, das einem halt ans Herz gewachsen ist.

In den Mathematikern kämpfen also zwei *Werte* miteinander. Aber deren Konfrontation lassen sie nicht zu. Vielmehr deuten sie die durch Entdeckung der neuen Geometrie entstandene Situation anhand formeller Kriterien, indem sie die Wertmomente ausklammern. Da es sowohl in der hyperbolischen Geometrie ein Modell der euklidischen als auch in der euklidischen eines der hyperbolischen gibt, sind beide aus formallogischer Sicht gleichwertig. Und hier machen Mathematiker und Fachaxiomatiker halt. Dabei kann eine Axiomatik, die darauf verzichtet, die untersuchten Systeme nach *allen* verfügbaren wesentlichen Wertgesichtspunkten zu bewerten (also wertend miteinander zu vergleichen), keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben. Genaugenommen ist sie gar nicht als Axiomatik anzusehen, da sie eine der drei axiomatischen Forderungen nicht erfüllt, die nach Vollständigkeit.¹ Wenn man dann das Verhältnis der beiden Modelle näher betrachtet und unter diesem Aspekt *bewertet*, stellt sich heraus, daß sie mitnichten gleichwertig sind. Aus eben diesem Grund veröffentlichte nämlich Gauß seine Resultate nicht, denn er hatte im euklidischen System kein *anschauliches* Modell für die neue Geometrie gefunden. Er konnte sich die neue Anschauung *in intellectu*² denken, sie aber nicht im Evidenzsystem der alten *in re* darstellen. Da er den Widerspruch zwischen der bisher unbekannt Form der Wahrheit und dem bekannten Evidenzsystem, das mittlerweile zum Formalen verknöcherte, innerhalb des letzteren, des euklidischen nicht lösen konnte (weil nicht lösbar), schwieg er lieber. (Die „modern“-postmoderne Lösung wäre die Relativierung der Wahrheit gewesen.)

Bolyai und Lobatschewskij gingen einen Schritt weiter und suchten die Lösung des Widerspruchs nicht innerhalb des euklidischen Systems. Die Entdeckung neuer geometrischer Gebilde oder auch die Entdeckung einer neuen, von der bisher bekannten radikal abweichenden Geometrie muß noch keine geometrische Wende bedeuten (so weit ist auch Gauß gekommen). Zu einer prägnanten, radikalen Wende, ja Revolution wurde die seit langem heranreifende geometrische Entdeckung durch die Art und Weise, wie Bolyai und Lobatschewskij die neue, unbekannte Erscheinungswelt deuteten. Sie konnten sie widerspruchsfrei deuten, weil sie in ihr das Dimensionswachstum einer von radikalem analytischen Denken befruchteten intellektuellen Anschauung sahen.³ Die hyperbolische Geometrie hat kein *natürliches (anschauliches)* Modell in der euklidischen, während die euklidische ein anschauliches in der hyperbolischen *hat*.⁴ Die größere, neue, unbekannte Geometrie kann in der kleineren, schon bekannten nur durch ein Modell dargestellt werden, das ihre inneren Proportionen und somit ihre Bedeutung verzerrt, so daß sie als pathologisches, widersinniges Phänomen erscheint und als solches gewertet wird. Die kleinere besitzt keinen Maßstab, an dem sie die reichere Proportionsstruktur der größeren messen könnte. Demgegenüber läßt sich die alte, bekannte Geometrie im reicheren Raum der neuen, noch unbekannt ohne Verzerrung ihrer Proportionen veranschaulichen, modellieren. (Das hyperbolische Modell der euklidischen Geometrie, die Parasphäre, d.h. die Kugelfläche mit unendlichem Radius, kannten alle drei, aber Bolyai war derjenige, der es wagte – wie aus dem Aufbau seines Werkes *Appendix* ersichtlich –, dieses Modell als Beweis für die widerspruchsfreie Existenz und

¹ Die drei Hauptforderungen an ein axiomatisches System sind *Vollständigkeit*, *Widerspruchsfreiheit* sowie *Unabhängigkeit* der einzelnen Axiome voneinander. Siehe [Vorwort](#).

² Über das Verhältnis von *in intellectu* und *in re* bei Anselm siehe Punkt 16.

³ Im [Vorwort](#) fragten wir, ob die Axiomatik ihre Vollständigkeitsforderung mit Vollständigkeitsanspruch formuliere. Aber ebenso müssen wir fragen, ob die Forderung nach Widerspruchsfreiheit in der Axiomatik widerspruchsfrei sei. (Und ähnliches gilt für die Forderung nach Unabhängigkeit.) Jede Dimension hat ihre eigene Widerstandsstruktur, die der höheren Dimension ist dramatischer. Sie erschließt und analysiert größere Widerstände, die eine niedrigere Dimension mit kleinerem Freiheitsgrad nicht handhaben oder analysieren kann. Sie ist widerspruchsfrei, weil sie die größeren Widerstände aufeinander bezieht, also Energieströmung zwischen Kraftzentren mit größerem inneren Widerstand induziert. Darum kann, wie gesagt, die dynamischere hyperbolische Anschauung sogar zwischen solchen Widerständen eine Gerade ziehen, wo die euklidische Anschauung nicht mehr fähig ist, die Identität der Richtung durchzusetzen. Die Forderung nach Widerspruchsfreiheit kann also kein vorher definiertes äußeres Gesetz sein. Jede Dimension definiert nämlich selbst ihre eigene Kohärenz. Mithin können wir die widerspruchsfreie Darlegung der höheren Dimension nur dann widerspruchsfrei fordern, wenn wir nicht vergessen, daß wir vorher nicht wissen können, was Kohärenz, was Widerspruchsfreiheit hier bedeuten. Zunächst müssen wir in den Strudelraum der höheren Dimension mit größeren Widerständen eintreten und *ihre* Widerstände auszudrücken versuchen. Daraus erklärt sich die Differenz zwischen Bolyais und Lobatschewskijs Auffassung einerseits und Gauß' andererseits.

⁴ Siehe Anmerkung 22 über die Parasphäre zum Punkt 4 des vorigen Aufsatzes.

größere Kraft der neuen Geometrie zu deuten.)

Mehr noch: Auch die Bedeutung, die herausragende Rolle und der Wert des „alten“ geometrischen Grundmythos bleiben innerhalb der neuen, bislang unbekanntenen Geometrie erhalten, werden sogar dynamisiert. Die Parasphäre ist ein sicherer Anhaltspunkt der Orientierung. Ihre euklidische Geometrie dient auch als Meßgrundlage im komplizierteren Wirbelraum der hyperbolischen Geometrie. Hier ist die euklidische Fläche im Kontinuum der Flächen mit ständiger Krümmung eingebettet, zwischen den Kugelflächen, deren Geometrie elliptisch ist⁵, und den sogenannten Hypersphären, deren Geometrie hyperbolisch ist. Doch während jene zahlreiche Varianten haben – Verwandlung oder zumindest Bewegung ist ihr Element –, gibt es von der euklidischen Fläche nur eine einzige. Ihre innere Stabilität, ihre Harmonie bleibt erhalten, dennoch „krümmt“ sie sich (die Kugelfläche mit unendlichem Radius, die im euklidischen System die Ebene selbst ist, trennt sich hier von ihr und wird krumm): Man kann dahinter schauen. Hinter den – schon bei Euklid vorhandenen – elliptischen Flächen (Kugeln) und der euklidischen Fläche werden auch die neuen, hyperbolischen Flächen sichtbar. Also sind die gegensätzlichen Kräfte, aus deren Kampf die euklidische Harmonie erwächst, sichtbar.

Die (intellektuelle) Anschauung moderner Forscher, die dynamischer ist als die euklidische, „krümmt“ die Ebene. Ihre intensivierende, dramatisierende Kraft zersetzt deren alte, längst neutrale, inhaltslose Harmonie, deren Evidenzsystem. „Wir leben und kämpfen immer zwischen zwei Harmonien“, schreibt L. Szabó⁶. „Die eine ist schon ärmlich, reflexartig, dient mit toter Selbstverständlichkeit, die andere ist noch reich, geheimnisvoll, strudelnd und drohend.“

Das ausgeglichene Verhältnis zwischen den beiden Grundrichtungen – der Vertikalen des Strebens nach immer größerem (beziehungsweise maximalem) Wert und der Horizontalen des Strebens nach Sicherung minimaler Werte –, das Stabilität *und* Produktivität eines Zeitalters sicherte, ist jetzt von beunruhigenden und erregenden Spannungen erfüllt. Dadurch verliert das Kreuz der beiden Grundrichtungen seine unmittelbare Transparenz, und ihr Schnittpunkt, das Zeichen des forschenden Menschen, wird stärker betont. Die Geraden treffen sich schwerer, weil der Punkt der hyperbolischen Ebene – als Zeichen des wachsenden Anspruchs auf persönlichen Ausdruck – größeren Widerstand, einen stärkeren Wirbelraum induziert. Auch das Gewicht der Geraden nimmt zu, da sie, um ihre Richtung zu halten, einen größeren Widerstand überwinden muß.

Die dramatisierende, erhitzende Kraft wird in der hyperbolischen Anschauung von einer simultanen kühlenden Kraft ausgeglichen, welche die bislang für unbeweglich, unzerlegbar gehaltene euklidische Ordnung in einem breiteren Kontinuum eingebettet darstellt, die euklidische Ordnung also auch bewahrt, zerlegt und dynamisiert.

3. DIE NIHILISTISCHE SELBSTBEWERTUNG DER GRUNDLAGENFORSCHER

Durch die geometrische Revolution sind demnach Anspruch und Kraft des Ausdrucks – auch des persönlichen Ausdrucks – im Vergleich zur Wertung „vorausgeilt“. Das bedeutet bei näherer Betrachtung, daß der Anspruch persönlichen Ausdrucks und persönlicher Wertung gegenüber der Trägheitskraft der allgemein akzeptierten Wertung, in der einseitig die Aspekte des passiv aufnehmenden und nicht des aktiv schaffenden Menschen zur Geltung kommen, „vorausgeilt“ ist. Während das euklidische und das hyperbolische System zwei aufeinanderprallende *Wertungen ausdrückt* und systematisiert, manifestiert sich in der logischen *Deutung* der Lage der *wertneutrale Relativismus*. Diese logische Wertung begnügt sich damit, jene formallogischen Aspekte zu finden, die es ermöglichen, beide Systeme als gleichwertig anzusehen; in bezug auf die *Wertunterschiede* wäscht sie ihre Hände in Unschuld. „Mit Werturteilen beschäftigen wir uns nicht“, meint sie, ihrem eigenen Namen hohnsprechend.

Die Wertneutralität mündet in völlige Bedeutungsneutralität. Russell erklärt in der Tat, daß die reine Mathematik eine Wissenschaft ist, in der man weder weiß, was man sagt, noch ob das, was man

⁵ Siehe ebenda.

⁶ *Aus den Schriften* von Lajos SZABÓ, in: *Életünk* 1989/9–10, S. 777.

sagt, wahr ist. Ein namhafter Mathematiker, der sein ganzes Leben der Erforschung unendlicher Mengen widmete, ließ verlauten, daß diese noch heute so viel logische Scherereien verursachen, daß „es am besten wäre, sie zu verbieten“.

„Die Mathesis ist menschliche, gemeinschaftliche Funktion und Aktion; Existenzfunktion“, sagte L. Szabó 1946 zu Beginn seiner Vorträge über die Sprachmathesis. Wir haben folglich die gemeinschaftliche Aufgabe, gegen den Selbsthaß, die nihilistische Selbstbewertung der Mathematiker und mathematischen Logiker ins Feld zu ziehen. Solange wir das nicht tun, überlassen wir an einem entscheidenden Punkt des gemeinschaftlichen Funktionssystems dem Nihilismus, der Wertneutralität das Regiment, was in unserem gemeinschaftlichen und (mit ihm untrennbar verbunden) individuellen Leben unkontrollierbar wirkt, die Werte vernichtet und die Perspektiven der Forschung einschränkt. Schon deshalb müssen wir die Grundlagen der Mathematik hinterfragen. Über die Schwierigkeiten, die sich dabei ergeben, sagt Szabó ebenda:⁷

„Wenn wir die Schichtungen mathematischer Fachkenntnisse vor uns haben (...), ist das so, wie in einem fremden Land, wo wir taub hören, daß Menschen sprechen, diskutieren, aber die Antwort nicht verstehen, weil wir die Frage nicht verstehen, weil wir dort keine Fragen haben.

Wir können nur dort verstehen und fragen, wo wir Fragen haben. (...) Wo die Möglichkeit für uns besteht, uns zu wundern.

Das ist der Wechsellpunkt der Mathematik-Pädagogik und der Pädagogik überhaupt: Wo und warum fehlt der Impuls in mir, daß eine gegebene Frage auftauche, wo und warum höre ich auf, mich zu wundern?“

Gödels ganzes Schaffen kann gedeutet werden als an entscheidenden Punkten gestarteter Angriff gegen die – die gesamte mathematische Bewertung beeinflussende – minimalistische Wert- und Bedeutungsneutralität der logischen Bewertung. Die Analyse seiner Resultate induziert dort Fragen, wo es, wenn es nach Russell ginge, gar keine gäbe.

4. DIE ALLGEMEINE KRISE DES SYSTEMS

Einseitiges Wachstum des Ausdrucks im Gegensatz zur Interpretation und Bewertung

Im Unvollständigkeitssatz bezieht Gödel die neue, durch die Entdeckung der hyperbolischen Geometrie hervorgerufene neue Situation auf die Grundlagen der Mathematik, konkreter: der Arithmetik. Die Unabhängigkeit des Parallelenaxioms könnte eine innere Angelegenheit der Geometrie sein, doch die unabhängige Formel G kann bereits in jedem, den Zahlbegriff enthaltenden System formuliert werden. (Das sagt einen wichtigen Zug von Gödels Zahlenauffassung voraus, die wir später eingehender analysieren: Er sieht in der Zahl eine universale bewertende Funktion, die sich auch dazu eignet, die Positionen des uferlosen Relativismus auszudrücken beziehungsweise zu beschreiben *und* zu bewerten.) G läßt sich formulieren, aber seine Wahrheit ist mit Mitteln des Systems nicht bewertbar. Das heißt, G drückt in der Sprache des Systems etwas aus, das in dessen Rahmen *nicht gedeutet* werden kann.

Das einseitige Wachstum des Ausdrucks gegenüber der Interpretation bedeutet tatsächlich eine allgemeine Systemkrise, wie wir in Punkt 1 behauptet haben. Denn das System garantiert ja nicht nur die Konsistenz der in ihm vorkommenden Begriffe und Aussagen, sondern auch die Einheit der Deutung der Begriffe, etwa die Einheit von Ausdruck und Deutung. G stellt also das Endprodukt des philosophischen Zeitalters, das System in Frage.

5. DER LATENTE WIDERSPRUCH IM SYSTEM

Der unausgesprochene und der ausgesprochene, also geformte Widerspruch

Mit der Formel G schuf Gödel eine neue Ausdrucksform, mit deren Hilfe man nun die bisher unausgesprochenen Widersprüche des alten Systems ebenso aussprechen kann wie die inneren Widersprüche der neuen Situation. Allerdings muß zwischen den beiden Widersprüchen unterschieden

⁷ Lajos SZABÓ: *Szeminárium előadásai (Seminar-Vorträge)* I., S. 236–7.

werden.

Auf den ersten Blick ist unklar, um welche es sich im Falle des alten Systems handeln mag, da doch die Widerspruchsfreiheit des Systems die Voraussetzung für die Formulierung von G war. Zudem gibt es eine – ebenfalls von Gödel stammende – andere Fassung von G , im folgenden als G' bezeichnet, die – natürlich ebenfalls chiffriert – diese Vorbedingung artikuliert. Die genaue Übersetzung von G' könnte lauten: „Ich, der ich die Einheit des Systems gewährleiste, bin widerspruchsfrei.“ Hier tritt der verborgene Widerspruch des Systems zutage. Es sollte den Finitismus vertreten⁸, ist aber mit Skepsis durchtränkt, die den Finitismus zersetzt. Es sollte die Erkenntnis der Wahrheit fördern, ist aber mit Agnostizismus durchtränkt, der Hypothese und Wahrheit vermischt. Darum vermag es den Widerstand gegenüber der Wahrheit von G' nicht mehr zu überwinden. Mit den Mitteln des Systems läßt sich G' zwar nicht widerlegen, aber auch nicht beweisen.

So ist es nicht nur möglich, sondern auch sinnvoll, die Negation von G' als Ausgangspunkt⁹ zu wählen. Und sogar für seine Wahrheit können wir argumentieren: $\neg G'$ bringt das Wesentliche der Gödelschen Wende am konsequentesten zum Ausdruck: den radikalen Bruch und die Konfrontation mit der im System angehäuften Ambivalenz. Es greift das Fundament des Systems, seine entscheidende Vorbedingung an und spricht aus, was im System verboten ist. („Sei verboten!“ fordert es mit Tamás Szentjóbby.) Das System beruht nämlich in Wirklichkeit auf *zwei* logischen Vorbedingungen, und die widersprechen einander. Die eine ist tatsächlich die Widerspruchsfreiheit (und Vollständigkeit): A und $\neg A$ gelten nicht zugleich, und entweder A oder $\neg A$. „Eure Rede sei: Ja, ja; nein, nein!“ (Matth 5,37.) Andererseits setzt das System voraus, daß die Wahrheit mit Axiomen beschrieben werden kann, und das widerspricht der ersten Vorbedingung. Denn ein Axiom ist veränderlich, die Wahrheit nicht. Sehe ich die Wahrheit als mit Axiomen beschreibbar an, so habe ich sie bereits degradiert, ihrer Kraft beraubt. $\neg G'$ attackiert das systembezogene gute Gewissen, für das die Vermischung der Grenze von Hypothese und Wahrheit, das „schlechte Unendliche“, selbstverständlich ist und das dennoch glaubt, daß es den Finitismus und die Forderung A ist nicht $\neg A$, also die Forderung „ja, ja, nein, nein“ vertritt.

6. DIE PRODUKTIVITÄT DER NEGATION VON G' :

Sie spricht den verborgenen Widerspruch aus und konzentriert die Kräfte, die das System aufbauen, sowie jene, die es zerstören. Das Erscheinen der ersten Person, des systemsprengenden Ichs (Kierkegaard, Nietzsche, Rosenzweig)

Gödel verschließt die Augen nicht vor dem verborgenen Widerspruch des Systems. Er bildet den vollständigen Widerspruch in G' ab: die grundlegende Strenge des Systems, die Forderung „ja, ja, nein, nein“ und die grenzenlose Skepsis, die diese Grundlagen in Frage stellt. Doch indem er diese Skepsis in eine Form zwingt, setzt er ihr auch schon Grenzen. (Das Cantorsche Diagonalverfahren bringt beide zusammen.) In G' ist diese Begrenzung die wichtige, zentrale Tatsache. In $\neg G'$ hat sie die gleiche wichtige Rolle, aber gleichzeitig stellt die Formel $\neg G'$ den im System und so auch in ihr angespannten, ungelösten Widerspruch in den Mittelpunkt.

$\neg G'$ ist bereits eine neue Form des Widerspruchs. $\neg G'$ bringt den entscheidenden Widerspruch des Systems zum Ausdruck und befindet sich dennoch im Widerspruch zum System. Im Widerspruch, weil es *dessen* Widerspruch ausspricht und in Grenzen zwingt. Gödel faßt die im System verstreute („verschmierte“) und deshalb nicht wirksame Überschußbedeutung der Zahl in *einer* Form zusammen: $\neg G'$ vertritt gegenüber der Trägheit, die sich im System ausbreitet, eine stärkere Organisiertheit und deutlichere Intensität, so daß die am System haftende Anschauung mit Recht einen Widerspruch zwischen dem System und $\neg G'$ empfindet. Mit gutem Grund – einem Grund, der *im System liegt*. Der Widerspruch liegt im System und nicht in $\neg G'$ (bzw. nicht in hier eine Front mit ihm bildenden G').

Auch $\neg G'$ hat einen inneren Widerspruch, aber nicht, weil es den Widerspruch des Systems ausdrückt. Ein Widerspruch kann auch ohne Widerspruch beschrieben werden. $\neg G'$ aber beschreibt den verborgenen Widerspruch des Systems, indem es ihn zerlegt und auf einen tieferen Widerspruch

⁸ Unter Finitismus verstehen wir die Forderung, daß alle Ziele in endlich vielen Schritten erreichbar seien.

⁹ Die Negation einer Formel A bezeichnet man mit $\neg A$.

zurückführt, subjektiviert. Der innere Widerspruch von $\neg G'$ – ist *mein* Widerspruch, der des systemsprengenden Ichs. Denn das Ich der Formel bin *ich*, der „beim Namen genannt“ werden kann, den Kierkegaard, Nietzsche und Rosenzweig unter jeweils anderem Vorzeichen für mündig gegenüber der Verallgemeinerung des Systems erklärt haben.

Bisher standen die Subjekte der Formeln des Systems in der dritten Person – selbst aus der ersten Person wurde eine dritte Person –, die Neuheit von G ist die umgekehrte Bewegung von der dritten zur ersten Person. G ist nur eine „objektive“ Verkleidung des Ichs von G in der dritten Person, das, ähnlich wie d'Arthez bei Nossack, die von allem Persönlichen distanzierende Begriffssprache des Systems überstreift und deren Forderungen erfüllt – doch damit gibt es nur zu erkennen, daß es dieser Forderung auch in einem Raum genügt, der komplizierter als der des Systems ist. Eine ähnliche Struktur hat Kierkegaards Hegel-Kritik.

Der Widerspruch von $\neg G'$ ist mein Widerspruch: Ich bin im System und bin größer als es. Ich stamme nicht vom System ab (es stammt von mir ab), aber das System hat sich von mir unabhängig gemacht und macht mich zum großen Teil von ihm abhängig. Das neutralisierte Evidenzsystem der euklidischen Harmonie und das noch unüberschaubar dichte Kraftliniensystem des neuen, unbekanntes Systems wirken bei der Formung von G (bzw. G') gleichermaßen auf mich: Ich bin der Zusammenstoß der Kraftlinien von beiden. „Der Widerspruch des Menschen besteht darin, daß sein Bewußtsein unendlich, sein Selbstbewußtsein dagegen endlich ist“, schreibt Eugen Heinrich Schmitt in seiner Dimensionstheorie¹⁰. Dies ist die letzte Form des Widerspruchs, den $\neg G'$ aussagt, aber, weil in Form der ersten Person, potenziert: „Ich bin der Widerspruch von unendlichem Bewußtsein und endlichem Selbstbewußtsein.“ Will ich ihren Kampf äußern, äußere ich mich zwangsläufig selbst. Von hier stammt die Zunahme des Anspruchs auf persönlichen Ausdruck (wie schon bei der Analyse des Bolyaisch-Lobatschewskijschen Punktes bemerkt).

$\neg G'$ drückt einen existierenden Widerspruch aus. Und wenn ich zur Wahrheit von G' vordringen will, ist es notwendig, daß auch seine Verneinung in meiner Sprache formuliert werden kann. Ich muß dem Widerspruch in jedem Fall ins Auge schauen – was nicht bedeutet, daß ich mich auch mit ihm identifizieren muß.

7. DIE „HYPERTROPHIE DES AUSDRUCKS“ *in der modernen Mathematik und in der modernen Lyrik*

Der Gödelsche Satz formuliert und analysiert das gemeinsame Problem der modernen Mathematik und der modernen Lyrik, das Ádám Tábör Hypertrophie des Ausdrucks nennt. In der Tat zerlegt er das Endprodukt des philosophischen Zeitalters, das System, und deshalb ist er nur aus postphilosophischer Situation heraus verständlich.

Über die Dialektik von Selbstaussdruck und Selbstverständnis schreibt Tábör¹¹ zu den Grundproblemen der modernen europäischen Lyrik: „Ich kann so viel aus mir zum Ausdruck bringen, wie ich verstehe – und genau so viel verstehe ich von mir, wie genau ich mich ausdrücke.“ Diese – wie Tábör sagt – „geistesmathematische Gesetzmäßigkeit“, die er hier von der Seite des erkennenden *Subjekts* beleuchtet, wird in einem anderen Gödelschen Satz (dem sogenannten Vollständigkeitssatz, entwickelt 1930 nach Arbeiten von Bernays, Post und anderen) in der Sprache des logischen Systems formuliert, als Identität der syntaktischen und semantischen Wahrheit. Kurz gefaßt (detaillierter behandeln wir ihn unter Punkt 17) besagt dieser Satz: Sprachliche Ausdrucks-, Ausbildungskraft und logisch-gedankliche Reinheit existieren nie ohne einander. Die Wahrheit ist die Identität der beiden. Die Akzentverschiebung zwischen Tábórs und Gödels Formulierung kündigt eben von der unterschiedlichen – lyrischen und gedanklichen – Annäherung.

Doch weder Á. Tábör noch Gödel machen bei dieser geistesmathematischen Gesetzmäßigkeit halt. Alle beide weisen darauf hin, daß das darin ausgedrückte Gleichgewicht in logohistorischen Maßen zerstört ist, was vielleicht eben einen Grundzug der modernen Situation ausmacht. Tábör schreibt: „Die moderne europäische Lyrik der letzten 200 Jahre widerlegt jedoch diese geistesmathematische Gesetzmäßigkeit: Im modernen Gedicht drückt der Dichter nämlich mehr von

¹⁰ Eugen Heinrich SCHMITT: *Die Gnosis I.*, S. 53; *Kritik der Philosophie vom Standpunkt der intuitiven Erkenntnis*, S. 323.

¹¹ Ádám TÁBÖR: *Végtelenített parbeszéd (Verunendlichter Dialog)*, S. 47.

sich aus, als er versteht. Und diese zweischneidige – teils negative, teils produktive – wunderbare Hypertrophie des Ausdrucks ist die logische Endstation des ganzen Geschichtsweges der europäischen Lyrik.“

Der menschliche Geist ist einheitlich: *Diese* zugleich „wunderbare und zweischneidige Ausdruck-Hypertrophie“ manifestiert sich bei den Grundlagen der Geometrie, und sie zerlegt beziehungsweise polarisiert die euklidische Stabilität. Gödel verallgemeinert das in seinem Unvollständigkeitssatz, um so die euklidisch-peanosche Stabilität der Arithmetik aufzuheben. Gödels Lösung hat insofern etwas Spezifisches, als sie, während sie die euklidische Stabilität der Arithmetik erschüttert, die Zahl „rettet“, indem sie diese befähigt, die moderne Situation zum Ausdruck zu bringen.

8. DIE QUELLE DES AUSDRUCKSÜBERSCHUSSES

Gödel befähigt die Zahl, die moderne Situation zu artikulieren, weil er auch die *Erforschung der Quelle* des für die moderne Situation typischen Ausdrucksüberschusses übernimmt.

Seit die Axiomatik auftrat, konnte die euklidisch-peanosche Stabilität nur künstlich, durch eine scharfe Trennung von „Logik“ und „Arithmetik“ aufrecht erhalten werden. Diese Trennung vermischte sich mit einer anderen, die etwa seit Russell deutlich zwischen zwei Forschungsformen unterscheidet. Die eine *fixiert* die Grundwerte, Grundbegriffe und Grundevidenzen des Systems, die sie dann als im Ganzen gegeben betrachtet und nur in ihren Details untersucht. (Das kann mit dem verglichen werden, was T. S. Kuhn in seinem Buch *Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen* – heftige Auseinandersetzungen provozierend – *Normalwissenschaft* nennt.) Die andere bewertet das *Ganze* des Systems innerhalb einer Forschung mit breiterem Horizont. Hier lassen sich die Grundevidenzen und Grundbegriffe – zumindest theoretisch – erforschen. In Wirklichkeit erfolgte diese Forschung ebenso einseitig, wie auch die Unterscheidung selbst einseitig war: Die globale Erfassung und Bewertung betrachtete ebenfalls einzig und allein das (mathematische) System, dessen Aspekte und die nunmehr organisch zum System gehörende Deutung als (einzig) *existierend* und fühlte sich höchstens berechtigt, das bereits organisch zum System gehörende Wert- und Evidenzsystem in Frage zu stellen, nicht aber neue Evidenzen, Grundbegriffe zu schöpfen. Sie war also nicht geneigt, sich selbst, die *Bewertung* als *existierend* anzusehen. Aus dieser „Überbau“-Rolle – in die sie eben durch Russells Frege-Kritik gedrängt wurde – folgte u.a. auch die früher analysierte relativistisch-formalistische Deutung der geometrischen Revolution.

Und obgleich auch Gödel sich der Hypnose der nihilistisch-skeptischen Selbstdeutung nicht völlig entziehen konnte, tat er immerhin den entscheidenden Schritt: Er betrachtete die Grundlagenforschung nicht nur als *Grundinfragestellung*, sondern wirklich als *Grundlagenforschung*, als Erforschung neuer Evidenzquellen in der Tiefe des Gegebenen.

Er geht entschieden davon aus, daß der *globale Überblick des Systems, die Bewertung seiner Grundbegriffe und Axiome eine höherrangige Aktivität* ist als die normale Forschung, und wendet die Anselmschen Positionen, die Identität von Sein und Wert konsequent auf diese höherrangige Aktivität an. Diese Aktivität *existiert*: Sie organisiert die Formel *G*, die auf die Grundlage des Systems gerichtet ist und dennoch gegenüber seiner Geschlossenheit einen innerhalb dieses Systems unbezwingbaren Widerstand leistet. Und „was ein Vermögen, welcher Art es auch sei, besitzt, eine Veränderung ... zu bewirken“¹², das *existiert* – wie Platons Sein-Definition lautet. Der Kontinuitätsmangel zwischen Wert und Sein ist der Kontinuitätsmangel zwischen Seiendem und Seiendem.

Gödel bewertet also die Revolution der Geometrie neu. Daß das System zerfällt, ist kein „von unserem Willen unabhängiges Trägheitsgesetz“. Es geht nicht darum, daß die Zeiten der Mythen vorbei sind (nicht aber die Zeit des Mythos von der Zeit an sich, sei hinzugefügt), und auch nicht darum, daß „jeder Mythos sich mit der Zeit relativiert und leert“. Sondern darum, daß sowohl das System als auch der Mythos auf die Wahrheit gerichtet ist und die globale Bewertung dieser Richtung selbst organisch zum System gehört, in ihm wirkt. Wer in ihm lebt und forscht, macht es sich zu eigen, indem er seine Grundlagen wertet und für sich selbst, für die eigene Lage verwendet. Dies „krümmt“ die Objektivität, die gerade Richtung des Systems und sprengt seine Geschlossenheit.

So wie Marx in der Ökonomie für eine entfetischierende revolutionäre Wende sorgte, als er die Entstehung des Mehrwerts von der menschlichen Aktivität herleitete, so löste Gödel in der

¹² PLATON: *Sophistes*, 247B.

mathematischen Logik eine defetischisierende Revolution aus, als er den Ausdrucksüberschuß der mathematischen Systematisierung – und auch dessen Korrosion – von der globalen Übersicht und Bewertung, also von der Aktivität des menschlichen Geistes ableitete.

„Es ist die Methodik des historisch gegebenen forschenden Empirismus, die wir kritisieren“, schreibt Szabó¹³, weil dieser Empirismus „den Glauben, das Vertrauen (die Furchtlosigkeit), die Weltauffassung und den Komplex von Grundfähigkeiten, mehrschichtigen gemeinschaftlichen Tatsachen, die durch universelle Lebensformen erkämpft und durch die Arbeit von Generationen selbstverständlich wurden, mit der Besinnungslosigkeit einer Reflexbewegung anwendet. Diese Methoden geraten zwangsläufig in eine Krise, wenn sich der Glaube, die Lebensform, die Weltauffassung, die ihre Grundlagen bildet, verändern. Diese Veränderung wird zum Teil durch die empirische Forschung selbst provoziert. Analogie: Die durch das geschichtliche Dogma zur Reife gebrachte Ethik gerät in Widerspruch zu dem Dogma, durch das sie heranreifte: Sie läßt sich nicht mehr mit ihrem intellektuellen Gewissen vereinbaren (Nietzsche). Oder: Produktivkräfte und Produktionsverhältnisse bei Marx. Oder: Die Konsequenzen der newtonschen Physik sprengen das Weltbild der newtonschen Physik.“ Und eine solche Analogie ist das Schaffen von Bolyai und Lobatschewskij sowie Gödel, der Bolyais und Lobatschewskijs Ergebnisse weiterdachte: Die konsequente Durchsetzung der euklidischen axiomatischen Ansprüche sprengt das in der euklidischen Eindeutigkeit der Geometrie und Arithmetik zum Ausdruck kommende Weltbild der neuzeitlichen Mathematik.

Als eine erste Phase dieser Sprengung wird $\neg G'$ formuliert und in den Mittelpunkt gerückt. Im Gegensatz zu der im System „verbreiteten“ Skepsis ist $\neg G'$ *produktiver, dramatisierter Zweifel und Widerspruch* – erneut ein logisches Wertmoment, mit dem die lediglich formale Wertung nichts anzufangen weiß. $\neg G'$ drückt wohlgestaltet und demonstrativ aus, daß „ich, der Systemsprenger das System sprengte, weil es mir nicht genügt, ‚den Glauben, (...) die Weltauffassung und die gemeinschaftlichen Tatsachen und Grundfähigkeiten, die durch universelle Lebensformen erkämpft und durch die Arbeit von Generationen selbstverständlich wurden, mit der Besinnungslosigkeit einer Reflexbewegung anzuwenden.“ Daraus erwachsen Apollinaires, Michauxs Lyrik ebenso wie Bolyais, Gauß' und Lobatschewskijs Geometrie.

Mit $\neg G'$ spricht Gödel einen existierenden, aber unausgesprochenen Widerspruch in energischer und wohlorganisierter Form aus. Er bemüht sich, diesen Widerspruch auf seine Wurzeln zurückzuführen. Damit haben wir auch die Bedingungen der Produktivität von $\neg G'$ genannt: $\neg G'$ in den Mittelpunkt zu stellen, ist so lange produktiv, wie es unsere Aufmerksamkeit auf den tieferen Widerspruch lenkt, und wird unproduktiv, wenn es unsere Aufmerksamkeit auf die ausgesprochene Form des Widerspruchs fixiert.

9. DIE METAPHORISCHE ANSCHAUUNG

Dieser zentripetale Nachdruck ist sowohl in $\neg G'$ als auch in G' enthalten. Wir sagten zum Beispiel, daß mich bei der Konstruktion von G^{14} das *neutralisierte* Evidenzsystem der euklidischen Harmonie beeinflusst. Auch hier stoße ich auf den Widerstand der Russellschen wert- und bedeutungsneutralisierenden Interpretation: Die ursprüngliche positive Ladung, das heißt der Wert der euklidischen Harmonie wirkt auf mich nur durch den stärkeren, neutralisierenden Filter der Unentschiedenheit. Doch Gödel will auch dem positiven Wert des euklidischen Systems näher kommen: die *globale* wertende Funktion will er zur *seienden* Funktion neu organisieren. Das ist bei ihm gleichbedeutend mit der Neuorganisation der *metaphorischen Anschauung und Funktion* als seiende Funktion. Und dazu gehört auch die Klärung des Verhältnisses zwischen der *metaphorischen* und der *wortwörtlichen*, d.h. im System gültigen Bedeutung und Funktion. (So wird sich das räumliche Verhältnis von Wertung und Neutralität umkehren: Nicht der neutrale Raum umgibt die Wertinseln, sondern der Raum der Wertung umfaßt die neutralisierenden Ambivalenzen – dies ist der erste wichtige Schritt zur Beseitigung der neutralisierenden Tendenzen.)

¹³ *Aus den Schriften* von Lajos SZABÓ in: Életünk 1989/9–10 S. 777.

¹⁴ Im folgenden erübrigt sich die Unterscheidung von G und G' . Was für G gilt, trifft auch für G' zu.

Um G zu formen, muß ich die systemeigene, wortwörtliche Bedeutung der Zahl innerhalb einer um eine Dimension reicheren metaphorischen Bedeutung umreißen können. Ich muß den – im Vergleich zu ihrer Flächenmäßigkeit räumlichen – metaphorischen Bedeutungsraum eindeutig auf sie projizieren können. (Deshalb kann die wortwörtliche Bedeutung im übertragenen Sinn, die systemeigene Funktion als Mittel der metaphorischen Funktion gebraucht werden: Die wortwörtliche Ebene ist ein deutlich begrenzter Schnitt des metaphorischen Raumes.) Bei der Gestaltung der Formel kann ich mich nicht „außerhalb“ des Systems, zum Beispiel in einem anderen System (auf einer anderen Ebene) befinden. Ich muß völlig mit ihr in Berührung sein, ohne daß sie mich völlig „verdeckt“. Ich muß am Rand des Systems stehen – könnte ich sagen, wenn ich stehen würde. Ich stehe aber nicht, ich bewege mich. Auf die Ebene, auf die strengen „trockenen“ Begriffe und Formeln des Systems ist ein ganzer metaphorischer Raum eindeutig projiziert, und von diesen trockenen Zeichen lese ich die metaphorische Bedeutung ab, weil ich mich in dem ganzen Raum frei bewege. (Die metaphorische Bedeutung und Funktion ist die unendliche freie Bewegung, deren systemeigene Bedeutung und Funktion die „untere Begrenzung“ im Sinne der schmittschen Dimensionstheorie ist. Sie haben ein ähnliches Verhältnis zueinander wie intellektuelle Anschauung und Begriff bei Schmitt.) Natürlich kann ich auch still stehen, sonst könnte ich ja die wortwörtliche Bedeutung von G nicht exakt bestimmen, meiner metaphorischen Sehweise keine feste Form auf der wortwörtlichen Ebene verleihen. Aber der Fixpunkt, der „Stand“, die stabile Form befindet sich innerhalb und nicht außerhalb meiner Bewegung. So wie sich auch der euklidische Mythos innerhalb und nicht außerhalb des hyperbolischen Logos-Raumes befindet. Dadurch ist er für meine Wertung unmittelbar erreichbar, kein neutralisierender „leerer äußerer Raum“ trennt mich vom Mythos. Ein wichtiges – bis Einstein vorausweisendes – Moment der geometrischen Wende ist die neuerliche Betonung dessen, daß es nicht zuerst einen objektiven, neutralen, das heißt struktureutralen Raum gibt, der dann als „Akzidens“ (und lokal) diese oder jene Struktur hat, sondern der Raum ist immer ein von Anfang an strukturierter (und somit auch wertstrukturierter) Raum – entweder vom Quadrat oder vom sogenannten asymptotischen Dreieck strukturiert. (E. Frank weist in seinem Buch *Plato und die sogenannten Pythagoreer* darauf hin, welche entscheidende Rolle es bei der Akzeptanz der euklidischen Geometrie als Paradigma gespielt hat, daß sich die Ebene durch ein Dreieck mit Winkelsumme 180° lückenlos und ohne Überlappung ausfüllen läßt: Die Idee füllt den Raum aus, es gibt keinen leeren Raum.)

10. DER NEGATIVE WIDERSPRUCH UND DIE SKEPSIS VON G

Die energische Mobilisierung der metaphorischen Anschauung zwingt auch die gegen sie wirkenden Kräfte zu größerer Anstrengung

Die Neuorganisation der oben analysierten metaphorischen Anschauung geht natürlich nicht ohne Widerstände vor sich. Ursprünglich ist jedes System, die euklidische Geometrie und die euklidische und sogar die peanosche Arithmetik, ein stabiles, dynamisches Gleichgewicht der wortwörtlichen und der metaphorischen Bedeutung. Die zutage getretene Trägheit, Unentschiedenheit untergräbt auch die Stabilität und bremst den Dynamismus – sie beeinträchtigt das Gleichgewicht. So wie Bolyai, Gauß und Lobatschewskij das stabile Gleichgewicht (euklidische Kreuz) der vertikalen und horizontalen Grundrichtung polarisieren, so polarisiert Gödel das stabile Gleichgewicht der metaphorischen und der wortwörtlichen Bedeutung (nur unter dieser Voraussetzung kann ihr Verhältnis geklärt werden). Ebenso, wie die Betonung des geometrischen Punktes als polarisierender Mittelpunkt, der vertikale und horizontale Schnittpunkt stärker wird, verstärkt sich auch die Betonung des *Ichs*, meines Ichs, der ich im Schnittpunkt der metaphorischen und der wortwörtlichen Bedeutung stehe und mich um die Klärung ihres Verhältnisses bemühe.

Und hier macht sich der Widerstand bemerkbar. „*Ich* kann nicht abgeleitet werden“, sagt G . Damit macht Gödel ein vorübergehendes Zugeständnis an Russell und akzeptiert die Neutralität der euklidischen Harmonie. Er akzeptiert für einen Moment, daß die euklidisch-peanosche Zahl keinen metaphorischen Bedeutungsüberschuß voller Geheimnisse, sondern nur eine „bloße“ wortwörtliche Bedeutung hat. Oder er akzeptiert zumindest, daß das euklidische Gleichgewicht stabil (starr) und undynamisch ist und zwischen der wortwörtlichen und der metaphorischen Bedeutung nicht genug Spannung vibriert, die der Wertung Impulse geben könnte. Hier wirkt in G die Furcht vor der

unveränderlichen Wertneutralität der Grundlagen in der Mathematik (Arithmetik) und die diesbezügliche Enttäuschung. Sie wirkt, obwohl Gödels Arithmetisierung dieser Furcht im Grunde widerspricht. Gödels Verfahren zeigt, daß er in der euklidisch-peanoschen Zahl einen entscheidenden Impuls zur Neubewertung des Unterschiedes zwischen der metaphorischen und der wortwörtlichen Bedeutung und Funktion findet. Die Formulierung von G rehabilitiert die Zahl, weicht sie zum Ausdrucksmittel der neuen metaphorischen Anschauung. Dieser Widerspruch taucht immer wieder in Gödels Schaffen auf.

11. DIE SKEPTISCHE INTERPRETATION DES GÖDELSCHEN SATZES

Natürlich wirkt sich die wertneutrale Anschauung auch auf die Deutung der neuen, durch die Gestaltung von G entstandenen Lage aus. Deshalb betonten wir bereits zu Beginn des Aufsatzes, daß eine Gleichzeitigkeit mit dem *Ganzen* der G (und seine Negation) hervorbringenden Aktivität geschaffen werden muß. Diese Aktivität macht nämlich nicht beim Aufschreiben von G halt. Sie muß noch zu der in G steckenden Wahrheit vordringen, sie in Besitz nehmen und so gründlich wie möglich deuten. Wenn sie beim Aufschreiben haltmacht, gelangt die Hypnose der in G ausgedrückten Entsagung (und Furcht) bei der Interpretation von G zu einer dominierenden Rolle – wie ja geschehen: Schon am „Morgen“ nach der Veröffentlichung des Satzes bildete sich die nach wie vor weit verbreitete – und an Universitäten bis heute vorherrschende – skeptische Interpretation heraus, daß man „in jedem widerspruchsfreien, den Begriff der Zahl enthaltenden, überschaubaren Axiomensystem eine Aussage G angeben kann, die sich nicht mit den Mitteln des Systems ableiten und nicht widerlegen läßt, die also 'unabhängig' ist: Sowohl G als auch seine Verneinung können widerspruchslos dem System hinzugefügt werden.“ G und $\neg G$ oder G' und $\neg G'$ sind zwar formal Gegensätze, und dennoch sind sie äquikonsistent, das heißt, sie haben eine gemeinsame Voraussetzung, die keine von beiden verneint, und zwar die verborgene negative Voraussetzung des Systems: nämlich, daß es hypothetisch ist. „Ich kann beide dem System hinzufügen“ – als Hypothese, nicht als Wahrheit. Dieser Interpretation nach ist auch $\neg G'$ kein völliger Bruch mit dem System, denn weder $\neg G'$ noch seine Verneinung können entscheiden, ob es sich um Axiom oder Wahrheit handelt. Das Programm des Finitismus hat also versagt, weil es aus dem schlechten Unendlichen der hypothetischen Wahrheiten keinen Ausbruch gibt; doch zum Ausgleich können wir die technische Bravour von G genießen und ausschöpfen. (So etwa mag auch die Auffassung des Hofstadter-Bestsellers lauten.)

12. DIE WAHRHEIT VON G

sichtbar nur aus avantgardistisch-metaphorischer Position

Gödel protestierte von Anfang an energisch gegen derartige Deutungen. Er vermißte hierbei „nur“ ein Wort, aber ein solches Wort, das Welten voneinander trennt, und zwar, daß G (und G') **wahr** sind.¹⁵

Wenn wir uns nämlich nicht von technischer Bravour verzaubern lassen und uns trotz aller Postmoderne nicht aus Gödels avantgardistisch-metaphorischer Position zurückziehen – das Hereinprojizieren der reinen logisch wertenden Funktion in die arithmetische Funktion der Zahl, ihr exaktes Verstecken, Codieren in der Zahl war nur aus dieser Position möglich –, dann läßt sich aus dieser und *nur aus dieser avantgardistischen Position*, aufgrund dieser metaphorischen Anschauungsweise der verborgene Inhalt von G mühelos entschlüsseln. Dieser Inhalt besagt jedoch, daß G nicht ableitbar ist, also ist die Aussage von G wahr.

Es sei noch einmal wiederholt: G sagt Wahrheit aus, aber diese Wahrheit ist nur aus Gödels avantgardistisch-metaphorischer Position, die die Geschlossenheit des Systems durchbricht, sichtbar. Das gleiche umgekehrt: Gödel kann seine avantgardistische Position und metaphorische Anschauung als organisiertes Dasein vertreten, und deshalb haben sie wahrheitsgründende Kraft. Die Wahrheit von G wird also wirklich durch eine neu entstehende Welt, die neue Welt der metaphorischen Anschauung von der sowohl in G als auch in seiner naheliegenden Interpretation enthaltenen Skepsis getrennt. (Angemerkt sei, daß die postmoderne Auffassung tatsächlich ein gutes Beispiel für eine der Gödelschen

¹⁵ Kurt GÖDEL: *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I*, S. 176.

entgegengesetzte Auffassung darstellt. Für diese postmoderne Auffassung ist charakteristisch, daß sie G und dessen avantgardistisch-metaphorische Formensprache als gegeben anerkennt, allerdings nur neben den alten Axiomen; sie operiert auch damit, aber es fehlt ihr an Energie, um die Wahrheit von G und die wahrheitsgründende Kraft der G erzeugenden avantgardistisch-metaphorischen Anschauung zu vertreten: Sie zieht sich aus der avantgardistischen Position zurück.)

13. GÖDELS URSPÜNGLICHE INTERPRETATION

Gödels ursprüngliche Deutung lautet also¹⁶, daß man in jedem widerspruchsfreien, den Begriff der Zahl enthaltenden und überschaubaren Axiomensystem eine *wahre* Aussage G formulieren kann, die sich nicht mit den Mitteln des Systems beweisen (und natürlich auch nicht widerlegen) läßt. Das einzige Wort mehr, „wahr“ gibt der Deutung eine neue Richtung: Die Wahrheit läßt sich nur mit einer unentwegt zu erweiternden Reihe immer reicherer logischer Systeme vollständig beschreiben, aber damit läßt sie sich beschreiben.

Nun sind wir tatsächlich beim heißen Kern von G , seiner intensiven Gegenwart angekommen. Davon kündigt auch, daß alles auf einmal geschieht, und diese Geschehnisse können einander sowohl bestärken als auch behindern (die Simultanität der Geschehnisse von G bezeugt ebenfalls ihre Verwandtschaft mit der Avantgarde-Kunst, es ist gewissermaßen deren in der Mathematik durch Bolyai und Lobatschewskij, sowie Cantor und Hilbert hindurchgezogene Parallele):

- 1) Das systemsprengende Ich, der archimedische Punkt der kierkegaardschen Philosophie, erscheint mit all seinen Zweifeln, denen er kraftvoll, produktiv Ausdruck verleihen kann.
- 2) Eine neue Wahrheitsdeutung erscheint, die darauf beruht, daß sie die metaphorische Anschauung als organisiert existierend vertreten und deren logische Wertungsfunktion wirksam machen kann.
- 3) Gödel sagt, selbst unter den dramatisierten Zweifeln der neuen Lage, klar und deutlich Ja zur vollständigen Beschreibung der Wahrheit.
- 4) Nur dieses Ja gibt Gödels neue Deutung der Logik und
- 5) neue Zahlendeutung zu verstehen, weil sie dieses Ja artikuliert.

Wir können dem Geschehen von G nicht ein, zwei Schnitte ohne Gewalt entreißen – wie die skeptische Interpretation den ersten Schnitt entreißt – und die übrigen übergehen. Wir müssen von jedem wesentlichen Schnitt sprechen, und zwar so sprechen, daß auch die übrigen in dem, was wir sagen, als – dissonante oder konsonante – Obertöne enthalten sind. Nur so können wir ermessen, wie tief fundiert die Wahrheit von G ist.

14. DIE ERSTARKUNG DER METAPHORISCHEN ANSCHAUUNG *als Richtung der Vollständigkeit*

Die ersten beiden Schnitte sind oben ausgiebig analysiert worden. Beim ersten erfolgten die skeptische und die Gödelsche Interpretation zum Teil noch gemeinsam, beim zweiten gerieten sie bereits in scharfen Gegensatz zueinander. Im dritten Schnitt zieht Gödel die Grenze für die Anwendung des Äquikonsistenzkriteriums bei der Wertung der Systeme und zeigt, was man an seine Stelle setzen kann.

Bei der Gegenüberstellung der hyperbolischen und der euklidischen Geometrie kamen wir zu der Erkenntnis, daß die Äquikonsistenz ihre Wert-Konflikte nur formal aufhebt. Die Axiomatik besitzt weder ein Mittel, den Wert-Konflikt auszudrücken, noch ein Mittel, ihn zu analysieren. Das euklidische Modell der hyperbolischen Geometrie verzerrt die Entfernungsverhältnisse ungleichmäßig, ist also nur formal gleichwertig mit dem anschaulichen hyperbolischen Modell der euklidischen Geometrie, das die Gleichheit der Entfernungen beibehält. Während die größere Dynamik der neuen Geometrie, ihr reicherer Raum in der alten nur als verzerrtes, pathologisches und isoliertes Phänomen gedeutet und modelliert werden kann – selbst um das Modell der hyperbolischen Geometrie im euklidischen System

¹⁶ Hier sei erwähnt, daß Gödels Resultate in vielem mit den Ergebnissen jener Systemanalysen übereinstimmen, die der jung verstorbene Béla Zalai um 1910 durchführte. Ein wichtiger Unterschied besteht darin, daß Zalai in der Vermittlungssprache des 19. Jahrhunderts, in der Sprache der philosophischen Systeme formulierte, was Gödel in der Vermittlungssprache des 20. Jahrhunderts, in der Sprache der arithmetischen Systeme formuliert. (Siehe: Béla ZALAI: *Die allgemeine Theorie der Systeme*)

überhaupt wahrzunehmen, mußte man es überschreiten –, ist die alte Geometrie in dem dynamisch reicheren Raum der neuen gemäß ihrer vollständigen Bedeutung und mit ihren wahren inneren Proportionen anwesend. (Wir sagen absichtlich nicht modellierbar, weil es hier um eine direktere Anwesenheit geht: Wenn wir sagen, daß „auf der Oberfläche der Kugel mit unendlichem Radius die euklidische Geometrie gültig ist“, haben wir gleichzeitig damit die euklidische Ebene und deren hyperbolisch gekrümmte Variante beschrieben¹⁷.)

Das gleiche gilt für das Verhältnis zwischen der euklidisch-peanosche Arithmetik und G . Wir haben gesehen, daß G wahr ist, aber seine Wahrheit gründet auf einer metaphorischen Anschauung mit mehr Dimensionen als der am System haftenden. Diese metaphorische Anschauung beschrieben wir ebenfalls als dynamischere Anschauung, als unendliche freie Bewegung. Die metaphorische Anschauung bringt das reicher artikulierte und konzentriertere Kraftfeld von G zustande, und darin ist das ganze System der alten (euklidisch-peanoschen) Arithmetik abgebildet, das wir wiederum nur sehen, wenn wir es wie Gödel metaphorisch betrachten. Andererseits ist G ein im alten, ärmeren, starrerem System undeutbarer, pathologischer Fall. Den Ort seiner Wahrheit nimmt die ambivalente Eigenheit ein, „weder widerlegbar noch beweisbar“ zu sein. Aus dem System ist nicht ersichtlich, daß G eine vom Aspekt des Systems grundlegende Frage innewohnt und daß G wahr ist.

Wenn wir also fragen, was die vollständige Beschreibung der Wahrheit und „die unentwegt zu erweiternde Reihe immer reicherer logischer Systeme“ bedeutet, können wir die Frage nach der Bedeutung sicher schon mit der Betonung der Existenz der Bedeutung stellen und sehen auch die – über die Skepsis von G hinausweisende – Richtung der Frage: G bringt die Erstarkung der Wahrheit *und* der metaphorischen Anschauung und dadurch das wirkliche Wachstum der Sprache zum Ausdruck. Und dieses Wachstum ist die Richtung der Vollständigkeit der Wahrheit.

Wir wollen anmerken, daß G auch die Grenzen jener Wahrheitsauffassung aufzeigt, die die Wahrheit als eine Eigenschaft des „Satzes“ betrachtet. Der „Satz“ hängt von der Sprache ab, in der wir ihn sagen, und die Sprache wächst und verödet unaufhörlich, da wir sie zum Sprechen und Denken, zum Nicht-Sprechen und zum Nicht-Denken benutzen. G ist eine ebensolche Aussage, die das Wachstum des systemsprengenden Ichs und seiner Sprache ausdrückt und nur durch dieses Wachstum zur Wahrheit gelangt.

15. DIE GÖDEL-INTERPRETATION VON LAJOS SZABÓ

„Die breiteste Reihe“

An diesem Punkt knüpft Lajos Szabó an, weil er hier und hier allein den entscheidenden Punkt, die spirituelle Bedeutung des Gödelschen Satzes sah: „Wir müssen alles auf eine breitere Reihe und letztendlich auf die breiteste Reihe abbilden“.¹⁸ Mit diesem Satz als Thema baute er in seiner 1946-48 ausgearbeiteten Sprachmathesis eine wahrhaft metaphorische Fuge auf.

Gödels Grundfrage nach der vollständigen Beschreibung lautet in Szabós Neufassung: Was ist die breiteste Reihe? In Anbetracht unseres Themas können wir hier nur die Frage beantworten, was *Gödels* breiteste Reihe ist. Die zwar letzten Endes mit Szabós identisch ist, aber nur letzten Endes – eben im Sinne der breiteren Reihe. Auf eine differenziertere Darlegung von Szabós Analyse und breiterer Reihe müssen wir verzichten, nur ihre Umrisse werden sich abzeichnen.

16. DIE UMWERTUNG DER LOGISCHEN BEWERTUNG

Was Gödels breiteste Reihe ist, haben wir eigentlich schon gesagt, als es hieß, Gödel vertrete konsequent die *Anselmsche Position*. Gödels breiteste Reihe ist die Gott-Definition des Anselmschen

¹⁷ Diese Äußerung über die Kugel mit unendlichem Radius trifft auch für die euklidische Geometrie zu, aber solange wir nur die euklidische Geometrie kennen, hat sie noch keinerlei Sinn, denn sie besagt nur, daß auf der euklidischen Ebene die Geometrie der euklidischen Ebene zur Geltung kommt. Wirklichen Sinn erhält die Aussage erst durch die Entdeckung der Bolyaisch-Lobatschewskijschen Geometrie, die allein den Unterschied zwischen den Begriffen „Ebene“ und „Kugeloberfläche mit unendlichem Radius“ sichtbar machen kann.

¹⁸ Wörtliche Übersetzung aus Béla TÁBOR: *Szabó Lajosról (Über Lajos Szabó)*, Életünk 1989/9–10 S. 830, vgl. Lajos SZABÓ: *Szemináriumi előadások (Seminar-Vorträge)* I., S. 204ff.

Gottesbeweises: das, worüber hinaus nichts Größeres gedacht werden kann.¹⁹ *Ausgangspunkt* des Gottesbeweises ist bekanntlich folgendes: Wenn wir dieses Größtdenkbare denken, dann ist es in unserem Verstand (*in intellectu*) gegenwärtig; *Resultat* des Beweises ist die Einsicht, daß das, was nicht größer gedacht werden kann, sowohl in unserem Verstand (*in intellectu*) als auch in unserer Wirklichkeit (*in re*) gegenwärtig ist.

Andererseits haben wir auch gesehen, wie man sich aus der wahrheitszersetzenden Ambivalenz der Äquikonsistenz von G und $\neg G$ befreien kann: indem man die Werte offen gegenüberstellt, die Frage der Wertung in den Mittelpunkt rückt. Wertung bedeutet in der mathematischen Grundlagenforschung logische Bewertung. Doch eben die zur Jahrhundertwende ausgebaute mathematische Logik gebraucht den Begriff der formalen Äquikonsistenz als äußerstes Mittel der Wertung, und zwar um weitere Wertfragen abzuwehren. Die zentrale Gestalt dieses wertneutralen logischen Wertungstrends, der die Bedeutung der reinen Mathematik (so der Logik) im Ganzen anzweifelt, ist Russell. Bei der Analyse von Gödels Ergebnissen gingen wir hingegen davon aus, daß er im Gegensatz zur nihilistischen Selbstwertung der mathematischen Grundlagenforscher (Logiker) den Wert und die Bedeutung der mathematischen Tätigkeit in ihren Grundlagen festigen (und verteidigen) will. Ist es kein *circulus vitiosus*, daß er dennoch auf diese desperate, bedeutungszerstörende (formal-)logische Bewertung zurückgreifen möchte, um die Wertfragen in den Mittelpunkt zu stellen?

Nein. Aber während wir unsere Antwort begründen, beantworten wir auch gleich, warum Gödels Resultate zwangsläufig mißverstanden werden, wenn man sie – ob mit technizistischer oder konservativer Begründung – nicht aus jener quellenforschenden geistigen Aktivität heraus verstehen will, der sie entstammen. Gödel beginnt nämlich damit, daß er die *logische Bewertung umwertet*. Für ihn gibt es keine Nur-Syntax. Was andere als trockene Syntax oder gar bedeutungslosen Formalismus ansehen, hält er für überaus wichtig, weil es auf die reine Bedeutung gerichtet ist: Es ermöglicht, in der Grenzsituation des 20. Jahrhunderts, da nach dem Dogmensystem des Mittelalters auch die philosophischen und die globalen wissenschaftlichen Systeme zerfallen sind, im Hinblick auf die neuen sprachlich-logischen Probleme den anselmischen Grundgedanken zu vertreten und zu erneuern und die logische Bewertung zu einem Mittel für die Erforschung der anselmischen Gleichung *et in intellectu et in re* zu machen. (Der anselmische Gedanke zeichnet sich an der Schnittlinie ab, die dem gemeinsamen Zentrum des mathematischen Denkens und der spekulativen Mystik entspringt²⁰.)

Diese tatsächlich *bewertende* und darum in ihrem Selbstbewußtsein erstarkte Bewertung ist nunmehr fähig, ihr Dasein zu vertreten und nicht nur die („existierenden“) Evidenzen des Systems zu zerlegen, sondern in der Tiefe des Seienden nach neuen Evidenzquellen zu forschen und auf ihnen ein neues System zu gründen.

17. GÖDEL UND ANSELM

Gödels Vollständigkeitssatz: Die mathematische Grundlagenforschung ist die immer neue Bestätigung des Anselmschen Gottesbeweises

Die tiefe Verwandtschaft zwischen Gödel und Anselm wurde mir bei der Analyse der Beziehung zwischen Gödels Vollständigkeitssatz und Szabós Sprachmathesis bewußt.²¹ Über die beiden jetzt erwähnten Momente der Gödelschen Aktion zur Befreiung der von ihrer ursprünglichen Funktion entfremdeten logischen Bewertung aus dieser Entfremdung schrieb ich folgendes:

Es ist eine Grundfrage jeder Axiomatik, woran man die Selbstverständlichkeit der Axiome mißt. Bei der mathematischen Grundlagenforschung gewährte von Anfang an die angenommene Identität der mathematischen und logischen Evidenz beziehungsweise ihre Herkunft von einem Stamm die Basis für die Messung der Selbstverständlichkeit. Gödels Vollständigkeitssatz macht eben die angenommene

¹⁹ ANSELM von Canterbury: *Prologion*, in: *Leben, Lehre, Werke*, S. 357.

²⁰ Der Rationalist Descartes, der die Mathematik erneuerte und die ganze mittelalterliche Scholastik ablehnte, akzeptierte Anselms Gott-Definition ebenso als Ausgangspunkt wie der radikalste mittelalterliche Vertreter der spekulativen Mystik Meister Eckhart, der sie an den Anfang seines philosophischen Wörterbuches stellte.

²¹ Nach dem ersten Erscheinen dieses Buches informierten mich Prof. Klaus Härtig und Candido Sitia, daß sich in Gödels Nachlaß ein Versuch zur Formalisierung des Anselmschen Beweises findet, der inzwischen auch publiziert wurde in *Collected Works* III, S. 403–404.

Identität von Mathesis und Logik, Sprache und Gedanken explizit. Er formuliert sie zu *sprachlicher* Evidenz, wenn er sagt, daß die syntaktisch wahre Aussage auch semantisch wahr ist und umgekehrt. Der Satz und sein Beweis zeigen also, daß alles Denkbare (jede einheitliche, widerspruchsfreie syntaktische Theorie) realisierbar ist, ihm Bedeutung verliehen werden kann, es *in re* existiert und daß uns die sprachlich-logische Struktur des Gedankens selbst (des subjektiven Moments *in intellectu*) das Mittel zur Darstellung, zur Verwirklichung liefert. Sprachliche Ausdrucks-, Gestaltungskraft und logisch-gedankliche Reinheit existieren nicht ohne einander, ihrer beider Identität ist die Wahrheit – besagt Gödels Vollständigkeitssatz.

Der Vollständigkeitssatz lehrt also, daß

- a) der Anselmsche Gottesbeweis die Basis für die Erforschung der mathematischen Grundlagen und
- b) diese Grundlagenforschung die immer neue Bestätigung des Anselmschen Gottesbeweises ist.

18. EIN METAWIDERSPRUCH

Die Identität des Größtdenkbaren und des Größer-als-Denkbaeren

Aber wird Anselm tatsächlich durch die Grundlagenforschung bestätigt? Stellt sie ihn nicht eher in Frage? Schließlich haben wir oben gesagt, daß der Unvollständigkeitssatz mit seinem Ausdrucksüberschuß gerade die im Vollständigkeitssatz formulierte Identität verletzt (siehe Punkt 7 und 8). Jetzt hingegen bezeichnen wir diese Identität als die letzte Grundlage des Unvollständigkeitssatzes. Steckt hier kein Widerspruch?

1) Nein, 2) ja und 3) nein.

1) NEIN, weil die im Vollständigkeitssatz ausgedrückte Identität eine unerschöpfliche, lebende Identität ist, was in der Sprache der Sprache heißt, daß sie Identitäts- und Verzweigungspunkt in einem ist: eine Identität von Polen mit entgegengesetzten Vorzeichen. Und da das größte Gedachte nie mit dem Größtdenkbaren identisch ist, können wir die Identität nur denken und ausdrücken, wenn wir sie in eine Identität von Polen mit immer größeren und tieferen Widerständen zerlegen.

Die Zerlegung ergibt keinen unlösbaren Widerspruch, solange die lebendige Identität als letztlicher, unausgesprochener Beziehungspunkt „in unserem Verstand (Intellekt) und in unserer Wirklichkeit gegenwärtig“ ist.

Anselm schreibt in seinem *Proslogion*: „Also Herr, nicht nur bist du das, worüber hinaus Größeres nicht gedacht werden kann, sondern größer noch, als gedacht werden kann.“ Dasjenige, worüber hinaus nichts Größeres gedacht werden kann, ist identisch mit dem, das größer als alles Denkbare ist. Diese Identität ist es, die ich zerlegen darf – und muß –, allerdings nur, wenn ich nicht vor mir selbst verberge, daß ich auch bei ihrer Zerlegung von ihr ausgegangen bin. (Fideistische Mystifikation und aufklärerische Philosophie haben die Erbsünde gemeinsam, diese Identität auf eine Art zu zerlegen, die den Identitätspunkt verdeckt.)

Credo ut intelligam. (Ich glaube, um zu verstehen.)²²

Credo quia absurdum. (Ich glaube, weil es unmöglich ist.)

2) Auch Gödel zerlegt die Identität. Der Vollständigkeitssatz aktualisiert und mathematisiert die „Gleichung“ *et in intellectu – et in re* des ontologischen Gottesbeweises, der Unvollständigkeitssatz die Identität des Größer-als-Denkbaeren und des Größtdenkbaren. Bei Anselm hängen diese beiden Gedanken organisch zusammen, während Gödel – und das charakterisiert die moderne Situation – bereits zwei separate Systeme braucht, um den Gedanken darzulegen. Zum Vollständigkeitssatz benötigt er das rein logische System, zum Unvollständigkeitssatz das teils reichere, weil Polarität von Zahl und Logik enthaltende, teils schwächere, den Finitismus in einer kraftloseren Form vertretende arithmetische System.

Insofern lautet also die Antwort auf die Frage nach dem Widerspruch: JA, es gibt ihn, es gibt Diskontinuität. Gödel sah das ebenso. Und er machte ja hier auch nicht halt. Mit seinem ganzen weiteren Wirken verfolgte er das Ziel, das von aller Skepsis gereinigte, der Anforderung „ja, ja, nein, nein“ restlos genügende Systems der Zahl zu finden, das die breiteste Reihe nicht nur *in intellectu*, sondern auch *in re* beweist.

²² ANSELM von Canterbury: op. cit., S. 356.

3) Schon die beiden Sätze werden durch die Identität des Vollständigkeitssatzes verknüpft: Auch der Unvollständigkeitssatz, die zum Beweis verwendete sogenannte Gödel-Numerierung stützt sich sehr effektiv auf die Identität der mathematischen und logischen Evidenz. Gödel hatte offensichtlich vor, die neue, kabbalistisch-metaphorische Zahlendeutung so tief wie möglich in die Grundlagen der Arithmetik einzubauen.

Letztendlich gilt also: NEIN, es gibt keinen Widerspruch zwischen ihnen.

19. DIE SPRACHANALYSE DER SYMBOLISCHEN LOGIK

Gödel vermag mittels seiner Numerierung die vollständige logische Struktur des Systems, ja die ganze Sprachanalyse der symbolischen Logik in die Sprache der Zahlen abzubilden. Diese Sprachanalyse zerlegte die Sprache in elementare Bestandteile. Neben den formalen logischen Operationen führte sie sogenannte Quantoren ein, um die Existenz und die Universalität (Globalität, begriffsbildende Funktion) zu bezeichnen. Sie benötigte das universelle Identitätszeichen und außerdem die für die einzelnen Theorien typischen, auf ihrer sprachlichen Ebene nicht weiter analysierten spezifischen Zeichen. Solche Grundrelationen beziehungsweise Eigenschaften sind in der Arithmetik „Nachfolger sein“ und „Zahl sein“, in der Geometrie unter anderem „Inzidieren“ und „Punkt, Gerade, Ebene sein“. Ferner brauchte sie die namensgebende Funktion, um Grundsymbole wie die 1 in der Arithmetik oder die Origo in der analytischen Geometrie bezeichnen zu können. Diese sogenannten Konstanten dienen generell dazu, orientierende Ausgangspunkte und Formen, die das System der Existierenden begründen, zu bezeichnen. (Auch damit kann man, wie mit jeder Funktion, Mißbrauch treiben.) Und letztlich benötigte sie sogenannte Variablen. Aus den aufgezählten Typen von Zeichen entstehen nach fixierten, endlich vielen Regeln der Syntax die sinnvollen Sätze – Formeln –, unter ihnen die Axiome, die vom System als Wahrheit akzeptiert werden. Die Aussagen – Formeln –, die sich nach den Ableitungsregeln der formalen Logik von den Axiomen ableiten lassen, bilden gemeinsam die „Theorie“, die Wahrheiten des Systems.

20. GÖDELS ZAHLEN- UND TECHNKAUFFASSUNG

Sprache ist die polare Einheit von metaphorischer und instrumentalisierender Funktion

Welches großangelegte Ziel die Sprachanalyse der symbolischen Logik hat, ist klar, aber deutlich wird auch, daß viele der analysierten Funktionen willkürliche Momente enthalten. Überlappungen gibt es ebenso wie gewaltsam abgebrochene Zusammenhänge. Man könnte in einer separaten Studie untersuchen, wo und in welchem Umfang bei der Sprachanalyse der symbolischen Logik die axiomatische Forderung von Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit und Vollständigkeit nicht zur Geltung kommt.

Gödel läßt sich nicht – jedenfalls nicht direkt – auf solche Überlegungen ein. Er greift – etwa wie Hegel, der versuchte, in Kants Kategorientabelle organische Ordnung zu schaffen – zu einer janusköpfigen Lösung. Einerseits akzeptiert er als Ausgangspunkt, daß die Sprache in heterogene und nur formal, unorganisch nebeneinander stehende Funktionen zerlegt ist, andererseits formt er dennoch eine organische Struktur aus ihnen – *mit Hilfe der Zahl*. Für ihn ist die Zahl gleichzeitig ganz Metapher und vollständiges Instrumentarium. Die Identität der metaphorischen und instrumentalisierenden Funktion ist die Sprache selbst, das Leben der Sprache. Denn Sprache ist gleichzeitig ganz platonische Bewunderung, $\theta\alpha\nu\mu\alpha\zeta\epsilon\iota\nu$ und ganz Kraft (Gliederung, Gedanke). Bei Gödel vertritt also die Zahl, aber auch beschränkter: die peanosche Zahlenreihe die Sprache. Trotzdem verfügt die Gödel-Zahl über immense Kraft, weil sie die Sprache, die Einheit der metaphorischen und der instrumentalisierenden Funktion, oder anders: die Einheit von Bedeutung und Funktion, unter diesen Beschränkungen maximal *vertritt*. Dies bestimmt Gödels Verhältnis zur Technik insgesamt.

Baader interpretiert in *Fermenta cognitionis* das französische Sprichwort „la force se nourrit par l'action“ (die Kraft nährt sich durch Aktion) folgendermaßen: „Das Organ setzt sich durch seine Funktion sein Werkzeug, geht durch Nichtfunktionieren ein.“ Mit dieser spirituell verwurzelten Technik-Bejahung interpretiert er den biblischen Satz „Nicht leer soll mein Wort von Euch zu mir zurückkommen“ (Jesaja 55,11), ihr sollt es in Funktion, Aktion und nicht in Substanz investieren ... So

„erfüllt sich ganz eigentlich das Gebot der Liebe: Gebet, so wird euch gegeben, wie sich das Gebot des Hasses erfüllt: Nehmet, so wird Euch genommen.“²³ (Baader spricht, Boehme zitierend, vom „doppelten Urwunder“: Wer liebt, das heißt seine Liebe mobilisiert, der wird fortwährend reicher, wer aber haßt und den Egoismus mobilisiert, der wird fortwährend ärmer.)

Bei Gödel ist die Zahl die breiteste Reihe – allerdings in dem Sinne, wie er sie versteht und gebraucht: als Funktion des Weiterdenkens, der innerlichen Gliederung von Anselms Grundgedanken. Er strebt danach, die Mathematik in ihrer Gesamtheit restlos auf die innere Struktur des Denkens des GrößtDenkbaren zurückzuführen (und darum war sein Werk für Szabó ein ausschlaggebendes Bindeglied bei der Ausarbeitung seiner Sprachmathesis). Dazu mobilisiert er die Wertmomente der Arithmetik, die metaphorische Funktion und Bedeutung der Zahl. Gödels Nähe zur Arithmologie, beispielsweise zur Kabbala ist offensichtlich, aber auch sein Abstand zu den modernen Arithmologie-Restorationen: Im Gegensatz zu ihnen weicht er dem Widerstand der Gegenwart nicht aus, in *dieser*, als „Schlüsselindustrie“ (Szabó) der Technik fungierenden Mathematik sucht er entgegen der Wertneutralität der minimalistischen Zahlenauffassung nach den Wertmomenten, *darin* mobilisiert, das heißt konzentriert er die zum Betreiben der metaphorischen Funktion erforderlichen Kräfte. Sie müssen konzentriert werden, weil sie verstreut sind und deshalb nicht funktionieren. (Wie erwähnt, forscht Gödel später nach der breitesten Reihe, der „absoluten Arithmetik“, in der die metaphorische Bedeutung „vollständig organisiert“ ist.) Mit Hilfe der Zahl kann er die ganze logische Struktur des Systems in *einer* Formel verdichten, und das ist eine große technische, formale Leistung. Indes lassen sich bei ihm – wie unser ganzer Gedankengang beweist – die beiden Seiten des Konzentrierens, die mathematisch-logische Operationsreihe und die Gottessuche, nur gewaltsam trennen.

Hier sei bemerkt, daß Gödel vermutlich – aus diametral entgegengesetztem Grund als die Konstrukteure künstlicher Intelligenz – von der Algorithmisierbarkeit der Erkenntnis überzeugt ist. Für ihn ist die Wahrheit die Identität der syntaktischen und der semantischen Wahrheit. Folglich ist die Identität nicht identisch mit einer, hier der syntaktischen Seite der Identität: Es reicht also keineswegs – wie jene annehmen –, sich mit der Syntax von Wahrheit und Denkweise zu beschäftigen, um ihr Funktionieren zu verstehen.

21. DIE GRENZE DES GÖDELSCHEN ICHS

Das Subjekt von G und $\neg G$ ist an einem entscheidenden Punkt nicht identisch mit dem Forscher, der die „vollständige Beschreibung der Wahrheit“ sucht, d.h. „alles auf die breiteste Reihe abbildet“. Zwischen ihnen besteht ein Widerspruch wie zwischen Diskontinuität und Kontinuität. In der mathematisierten Sprache der Individualität verweist ihr Unterschied auf jenen Unterschied, den Béla Tábor's Persönlichkeits- und Individualitätsauffassung in den Mittelpunkt stellt. Tábor beschreibt die Selbstbestimmung der Persönlichkeit mit einem Dialog zwischen der ersten und der zweiten Person, in dem die erste sagt: „Ich bin der, den du vollständig erfüllst.“ Die Individualität unterscheidet sich von der Persönlichkeit, indem sie die Betonung auf das Ich legt: „*Ich* bin es, den du vollständig erfüllst.“ Von hier leitet Tábor den „Ichrausch“, die sich selbst erfüllende Auf-sich-selbst-Bezogenheit der Individualität ab. Dieser Ichrausch ist auch bei G und $\neg G$ deutlich vernehmbar: „*Ich* bin es, der in der Tiefe des Alten der neuen, größeren und stärkeren Evidenzquelle auf die Spur gekommen ist. *Ich* bin es, der das neutral gewordene Gleichgewicht des alten Evidenzsystems mit seinem schärferen Widerspruchsbewußtsein polarisieren konnte.“ Doch die vollständige Wahrheit kann nur der erforschen, der seine Freude daraus schöpft, daß er sich mit einer immer breiter werdenden Reihe identifiziert, seine Probleme beständig „auf einer breiteren und letzten Endes auf der breitesten Reihe abbildet“ – auf dem GrößtDenkbaren, der, mit Adys Worten, „auf dem Grunde jedes Gedankens“ zugegen ist.

²³ Franz Xaver v. BAADER: *Fermenta cognitionis*, Drittes Heft, in: *Gesammelte Schriften*, Bd. II., S. 256–7.

NACHWORT

Gödel und Hofstadter: Gegenüberstellung

Kritische Bemerkungen zu Hofstadters Buch „Gödel, Escher, Bach“²⁴

Sowohl der Ausgangspunkt Hofstadters als auch sein Thema und Ziel stehen in diametralem Gegensatz zu denen von Gödel. Er geht nicht vom Heute, vom Augenblick der Bezeichnung aus, sondern von dem Zeichen, das sich bereits vom Augenblick der Bezeichnung gelöst hat. Er thematisiert nicht die spekulative Frage nach der universellen (unerschöpflichen) Evidenzquelle der Axiomatik, sondern die technische Problematik, wie man eine in sich geschlossene („unzugängliche“) Struktur („Hardware“) schaffen könne, die das Denken vollkommen zu modellieren versteht. Er hat letztlich das Ziel, „künstliche Intelligenz“ zu konstruieren. Er will Gödels Resultat für die Informatik ausbeuten.

Mit gutem Gespür wählt er eben Gödel, dessen ganzes Schaffen sich ja auf die Identifikation der sprachlichen und mathematischen Evidenz konzentriert, und genau darauf basiert die Informatik. Im ersten Moment könnte man wirklich meinen, die Informatik übernehme einfach die System- und Sprachanalysen der mathematischen Grundlagenforschung und gründe ihre eigenen Forschungen darauf. Doch bei näherer Betrachtung ergeben sich zwei wesentliche Unterschiede. Gödel bemüht sich, wie wir gesehen haben, mittels seiner Numerierung um einen organischen Zusammenhang zwischen den symbolischen logischen Grundfunktionen.

Die Informatik übernimmt diesen Apparat, indem sie gleichzeitig die Zeichenanalysen der Axiomatik auch anhand ihrer eigenen, weitaus dynamischeren Zeichenauffassung umdeutet. Mit einer – wie sich zeigen wird: wesentlichen – Ausnahme deutet sie jedes Zeichen der symbolischen Logik als *Operationszeichen* und die Aussagen als *Befehle*. Ganz wie die Axiomatik interessiert sich auch die Informatik für die Struktur der Zeichen, allerdings unter dem Aspekt, was für eine und wie strukturierte *Funktion* sie ausdrücken. Und hier steckt der erste Bruch zwischen Informatik und Axiomatik. Die Informatik übernimmt die Ergebnisse der Axiomatik als Fertigprodukte. Es geht ihr nicht darum, sie weiterzudenken, zu vertiefen, sie will sie nur gebrauchen. Das Ergebnis geistiger Arbeit kann aber nicht als Fertigprodukt übernommen werden, ohne dabei ihre Grundrichtung gewaltsam zu verändern. Das ist bei der Informatik nicht anders. Sie deutet die *Zeichen des Daseins und der globalen Anschauung* (die Quantoren „es existiert“ und „alles“), da für sie uninteressant, nicht zu Operationszeichen um – was ein spannendes Unterfangen wäre –, sondern *läßt sie in ihrer Sprache weg und ersetzt sie durch nichts anderes*. Damit trennt sie die Frage der *Funktion* völlig von der *Existenz*. Da ihren heutigen Betreibern die bestimmende, spekulative Dimension des Gödelschen Satzes fremd zu sein scheint (die motorisch-magische Interpretation der Zeichen ist charakteristisch für die Atmosphäre der Informatik), *verzichtet sie obnehin auf die zentralen Fragen der Axiomatik: die Fragen der Universalität von Existenz und Denken* und stellt die zu ihrer Analyse ausgearbeiteten logisch-sprachlichen Mittel einseitig in den Dienst der *Industrie*.

Immerhin gäbe es einen Punkt, wo theoretischen Fragen auch in der Informatik eine Schlüsselrolle zukommen könnte: Wie man nämlich die Wahrheit der Relation, dem Dasein und der Aussage als logischen Wert (Richtung) zuordnen kann, so läßt sich auch das Ziel der Operation, der Funktion und des Befehls als (ethischer) Wert (Richtung) zuordnen. Zunächst müßten also die Ziele der Informatik ebenso axiomatisiert werden, wie die mathematische Grundlagenforschung die eigenen Ausgangswahrheiten axiomatisierte und zu werten versuchte. Nur so wäre der Gödelsche Satz seinem Gewicht gebührend in die Sprache der Informatik übertragbar. (Das würde unbedingt die universal-globale und die existentielle Funktion erfordern.)

Hofstadter geht anders vor. Er will an den Gödelschen Satz gelangen, ohne ihn für die eigene Lage anzuwenden. Er steckt sich ein einziges Ziel: Er will eine künstliche Intelligenz konstruieren, um damit ein Modell für das ganze Denken zu liefern. Diesem Ziel ordnet er bedenkenlos alle anderen unter und weicht jeder Frage aus, die einer Wertung seiner Zielsetzung gelten könnte. Er strebt eine totale Mechanisierung des *ganzen* Denkens an, ohne die eben im Hinblick auf das Denken als Ganzes zentrale Frage in seinem 800-Seiten-Buch substantiell zu behandeln oder wenigstens anzudeuten,

²⁴ Douglas R. HOFSTADTER: *Gödel, Escher, Bach – An Eternal Golden Braid – A metaphorical Fugue on minds and machines in the spirit of Lewis Carroll*.

welchen globalen menschlichen Zielen die totale Mechanisierung wohl dienen und welche eventuell wichtigeren Ziele sie verdrängen würde oder welchen Wert die Konstruktion der künstlichen Intelligenz für Erkenntnis und Selbsterkenntnis des Menschen habe. Es besteht nämlich der schwere Verdacht, daß sie dies zum Beispiel ganz bewußt deformiert, weil sie das Denken mit einer verzerrten, formellen Nachahmung identifiziert. Sie lenkt alle Aufmerksamkeit auf die Reproduktion dieses Zerrbildes, dafür mobilisiert und bindet sie enorme Energien. Derlei Gedanken kümmern Hofstadter nicht. Indes, wenn er nicht nur auf den Mechanismus des Gödelschen Satzes, auf den er sich ständig beruft, neugierig wäre, sondern auch auf seine Bedeutung achten würde, müßte er doch wissen, daß der Gödelsche Satz eben darauf aufmerksam macht, daß auch das Ziel, das Modell für das Denken, nicht erreichbar ist, wenn die metaaxiomatischen Fragen nicht aufgeworfen, in den Mittelpunkt gerückt und beantwortet werden. Was nicht ausschließt, das Modell für irgendetwas anderes zu gewinnen, das dann mit dem Denken verwechselt werden kann.

Hofstadter verkündet also im Titel seines Buches vergeblich einen "metaphorischen" Standpunkt, sein Buch verströmt die Atmosphäre der minderwertigeren Normalforschung und repräsentiert deren Methoden. Er will die Methoden der Normalforschung auch auf die höhere Metaforschung ausdehnen. Er hält es für selbstverständlich, alle Ziele zu neglizieren, die mit seiner wissenschaftlich-technischen Methode unvereinbar sind, und ebenso alles als Ziel zu betrachten, was sich damit erwirken läßt. Offenkundig bilden bei ihm Mittel und Methoden die Ziele und nicht umgekehrt, während bei Gödel sichtlich das Ziel und dessen Gliederung das Mittel bildet beziehungsweise verschafft.

Diese Auffassung und Arbeitsmethode wird heute auch in wissenschaftstheoretischen Diskussionen heftig kritisiert (Feyerabend, Maxwell usw.), aber Hofstadters naive Technik-Euphorie blieb, auch der umfangreichen Bibliographie zufolge, von diesen Debatten unberührt. Sein Buchtitel verspricht umsonst eine echte avantgardistisch-manieristische Synthese oder zumindest einen freien Wechsel zwischen den verschiedenen Bereichen der Kultur, zwischen Mathematik, Logik, Biologie, Musik und bildender Kunst, einen Abriß der Mauern zwischen ihnen, also interdisziplinäres Denken. Dieses Versprechen ist ohnehin nicht ernst zu nehmen, weil der Gelehrte Hofstadter sogar über die wissenschaftstheoretischen Diskussionen, die ja seinem Fachgebiet am nächsten stehen, nichts weiß beziehungsweise keine Kenntnis von deren Wichtigkeit hat.

Auch das Versprechen der avantgardistisch-metaphorischen Grundeinstellung verliert an Ernst, wenn er an Avantgarde-Komponisten wie Cage „Kritik“ voller kleinbürgerlicher Gemeinplätze übt: „unverständlich“, „unverdaubar“ usw. Dies geschieht überdies im Namen jenes Bachs, der jede noch so absurd scheinende avantgardistische musikalische Initiative seiner Zeit begierig aufnahm. Sein Geschmack duldet nur klassizistische Trends, die vornehmlich nach Angenehmem, Bekömmlichem, also leicht Verständlichem streben.

Hofstadter bemerkt nicht einmal, daß sein Ziel in krassem Gegensatz zu Gödels Ziel steht. Gödel führt die zunehmende Ausdruckskraft des Systems auf die geistige Aktivität des Menschen, auf das Wachstum der Kraft globaler Wertung zurück. Er befreit die logische Wertung aus ihrer entfremdeten Form und gibt ihr den „Geschmack“ des Seins zurück. Er gräbt überall jenen Punkt aus, wo ich mich aktiv mit seiner metaphorischen Anschauungsebene identifizieren kann.²⁵ Hofstadters erste Verfälschung besteht darin, daß er so tut, als ob er nicht verfälsche. Er tut so, als würde es an nichts etwas ändern, wenn er das, dessen Wesen es ist, daß ich mich aktiv mit ihm identifiziere, als Eigenschaft eines mir fremden *Dinges* erörtert. (Dies besagt die „Grundthese der Konstrukteure künstlicher Intelligenz“, der zufolge die immer perfektere Modellierung des Denkens lediglich voraussetzt, daß die Strukturen, die den Programmen als Grundlage dienen, immer stärker der Struktur des „Gehirns“ angepaßt werden.)

Kurzum: Hofstadter substantiiert etwas, dessen Wesen im Dynamisieren und Funktionieren besteht.

In Wirklichkeit hat er nicht das geringste Interesse an der geistigen Aktivität und Kraftanstrengung, die *G* erschafft und seinen Wert erstellt. Vielleicht bemerkt er auch gar nicht, daß dies nicht mit den technischen Details von *G* identisch ist. Er vertieft sich nämlich völlig in die

²⁵ Hofstadter kann von dieser Gödelschen Anschauung nur als nichtexistent, als Illusion sprechen. Obgleich er die technischen Details auf zahlreichen Seiten durchgearbeitet hat, gelangt er letztlich doch zu der Schlußfolgerung, daß „dein Gehirn nur das Software-Teil des Gehirns eines anderen ist, dessen Gehirn wiederum die Software eines noch höheren Gehirns ist“. Die Technik scheint nicht auszureichen, um von der Existenz des Geistes zu überzeugen.

Darbietung dieser Einzelheiten, und da er sich in Sachen verbraucherfreundliche Verpackung bestens auskennt, serviert er sie auf brillante, wahrhaft populäre Weise, gleichermaßen unterhaltsam wie korrekt. Nur geht bei all den Details das Ganze verloren. Allein dank seiner Verpackungsroutine gelingt es ihm, jene Widersprüche vor sich selbst zu verbergen, in die er sich verstrickt, weil ihn nicht der Ursprung, sondern nur das Endergebnis interessiert.

Am auffälligsten ist folgender Widerspruch: Obwohl er das Funktionsmodell des ganzen Denkens konstruieren möchte (ein zentrales Anliegen seines Buches, das nur allmählich erkennbar wird) und sehr wohl spürt, daß er der Dynamik im Gödelschen Satz dabei eine primäre Rolle zubilligen muß, sieht er in der Gödelschen Formel und im ganzen Satz nichts anderes als ein mechanisch einsetzbares Verfahren, und er will nur dieses mechanische Verfahren (also die äußere Struktur) in sein Modell einbauen. Mit anderen Worten: Er baut die Krise des Systems, nicht aber die Aktivität, die die Krise löst, in das Modell ein. (Deshalb erwarte ich von der „künstlichen Intelligenz“ nicht viel Gutes.) Hinter diesem Widerspruch verbirgt sich die andere, mit Sicherheit abwegige und sich selbst widersprechende Annahme Hofstadters, er würde, wenn er den Mechanismus, der die Gödelsche Formel herstellt, in sein Modell einbaut, als *Ergebnis* – als „Eigenschaft“ des Modells – das Denken erhalten. Also jene Aktivität, die diesen Mechanismus *schuf*, um die eigene Funktion und – was Hofstadter zwar vergißt, was aber nicht vernachlässigt werden dürfte – die eigenen Ziele kennenzulernen.

Ein Musterbeispiel für schlechte Metaphysik: Der *Ursprung*, die *unendliche* Funktion wird als Eigenschaft von einem partikularen, *endlichen* und im *Ergebnis* dieser Funktion entstehenden, durch die Funktion strukturierten Etwas betrachtet (egal, ob man dieses Etwas nun „Gehirn“, „Hardware“ oder „Neuron“ nennt).

Einer der zahlreichen Widersprüche mag noch verdeutlichen, wie weit Hofstadter sowohl von der metaphorischen Anschauung, die im Gödelschen Satz Gestalt annimmt, als auch davon entfernt ist, daß er dessen geistige Quellen richtig einschätzt. Wenn Gödel die Zahl erneut einsetzt, um den Wertunterschied der verschiedenen Erkenntnis- und Daseinsformen (Begriff und metaphorische Anschauung, System und logische Wertung) auszudrücken, verknüpft er sie locker mit den pythagoreisch-kabbalistischen Dimensionstheorien. Mit der gleichen Tradition – vor allem der Kabbala – wesentlich fester verknüpft ist seine „Numerierungstechnik“, mit der er der Zahl diesen Ausdruck verleiht. Die Numerierung mißt jedem „Buchstaben“ – elementaren Zeichen – des Systems einen Zahlenwert zu, mit dessen Hilfe Gödel bestimmten Aussagen eine versteckte Bedeutung entnimmt, also rein kabbalistische Operationen ausführt. Merkwürdigerweise gewahrt Hofstadter, den am ganzen Gödelschen Satz die Numerierung am stärksten interessiert, deren offensichtlich kabbalistische Wurzeln nicht. Und wenn er Gödel, bei dem er doch den metaphorischen, die Sphäre des Mysteriums streifenden Gehalt spürt, an geistige Traditionen binden will, assoziiert er ihn mit dem extrem antispekulativen Zen-Buddhismus – obzwar Gödels tief spekulativer Satz nicht nur im Hinblick auf die Technik an die spekulative Mystik, deren kabbalistischen Zweig anknüpft.²⁶ Und während der Zen-Buddhismus die Sprache nur zur Zerstörung und Beseitigung der Sprache, der Bedeutung benutzt, ist Gödels Resultat das genaue Gegenteil: der dramatische Ausdruck vom Wachstum der Sprache, der Bedeutung.

²⁶ Nicht einmal diese fälschliche Analogie ist Hofstadters eigene Idee. Schon Alan W. Watts beruft sich 1957 in seinem erfolgreichen Buch *The Way of Zen* (S. 94) auf den Gödelschen Satz als westliche Analogie. Hofstadter erwähnt viele Bücher, die sich mit dem Zen-Buddhismus beschäftigen, aber Watts' Werk ist nicht dabei.